

Transiciones de fase absorbentes en redes coevolutivas

Federico Vazquez*, Juan Carlos González-Avella, Víctor M. Eguíluz and Maxi San Miguel
IFISC, Instituto de Física Interdisciplinar y Sistemas Complejos (CSIC-UIB)
E-07122 Palma de Mallorca

En esta charla, voy a hablarles sobre una clase de transición de fase absorbente que ha sido observada recientemente en modelos de redes adaptativas. En estos modelos, los nodos de la red cambian su estado al interactuar con sus vecinos, y al mismo tiempo, los enlaces pueden ser redirigidos de acuerdo al estado de los nodos en sus extremos. De esta forma, la dinámica de los nodos y la topología de la red no son independientes sino que, por el contrario, *coevolucionan*. Se encuentra que si la topología cambia a una velocidad suficientemente alta respecto de la velocidad a la que los nodos actualizan sus estados, la red se quiebra en un conjunto de componentes desconectadas.

Para ilustrar esta fenómeno de fragmentación, en la primera parte de la charla, voy a mostrar los resultados del modelo de Axelrod coevolutivo¹. La transición de fragmentación aparece entre dos fases congeladas, una en la que el tamaño de la componente mas grande es del orden del tamaño del sistema, y la otra, compuesta por muchas componentes mucho mas pequeñas que el sistema. En el punto de transición, el tiempo que caracteriza la formación de la estructura coincide con el tiempo que tardan los nodos en converger a sus estados finales. Este modelo tambien presenta una transición de recombinación, entre una fase congelada y un fase activa en la que un numero constante de nodos es permanentemente reenlazado.

Con el objeto de desarrollar un entendimiento analítico de la transición de fragmentación, en la segunda parte de la charla, voy a presentar el modelo mas simple de coevolución², que posee todas las características de modelos coevolutivos relacionados, y tiene la ventaja de poder ser resuelto en forma analítica. Los nodos pueden tener uno de dos estados posibles (+ o -), e interactúan únicamente con sus primeros vecinos. En un evento, un nodo y un vecino son elegidos al azar. Si los dos tienen el mismo estado, nada ocurre. Pero si tienen estados opuestos, luego con probabilidad p el nodo elegido decide cortar el enlace con su vecino, y se enlaza con otro nodo elgido al azar que posee sus mismo estado, o con probabilidad $1 - p$, el nodo copia el estado de su vecino. Este modelo puede ser pensado como la version adaptativa del modelo del votante, donde ahora los nodos pueden seleccionar sus vecinos de acuerdo a sus estados. Una aproximación de campo medio predice, en el límite de una red infinita, una transición a un valor crítico p_c entre una fase activa con links reenlazandose constantemente, y una fase

congelada compuesta por dos componentes desconectadas de estado opuesto y de aproximadamente la mitad del tamaño del sistema. Mostramos que en redes finitas, el sistema se congela en una sola componente conectada para valores de p menores a p_c , o en dos componentes desconectadas para valores de p mayores a p_c . En la figura 1, mostramos como los diferentes parametros del sistema cambian en el punto de transición. Esta transición puede entenderse como el cambio abrupto en la trayectoria de un caminante aleatorio en el espacio de las coordenadas.

Termino hablando de los ingredientes mínimos, segun nuestro análisis, que un modelo de coevolución debe tener para experimentar una transición de fase absorbente en su estructura.

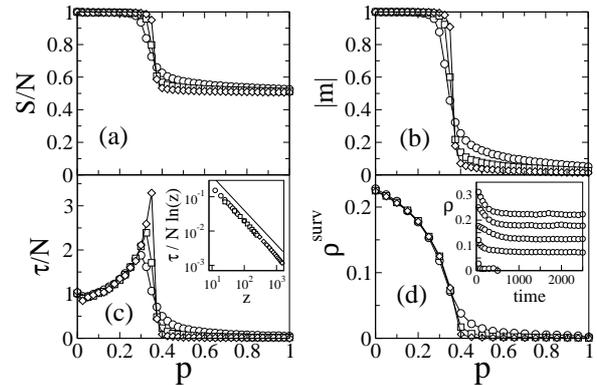


Figura 1. (a) Average relative size of the largest network component S and (b) absolute value of the link magnetization m vs p in the final frozen state. (c) average convergence time τ per system size N vs p . Inset: scaling of τ for $pp_c \simeq 0.38$, indicating that $\tau \sim \frac{N}{z} \ln(z)$ with $z = \mu(p - p_c)N$. The solid line has slope -1 . (d) Stationary density of active links in surviving runs ρ^{surv} . Inset: average time evolution of ρ . The averages are over 10^4 realizations of networks with $\mu = 4$ and sizes $N = 250$ (circles), 1000 squares and 4000 (diamonds).

* ifisc.uib.es

¹ F. Vazquez, J. C. Gonzalez-Avella, V. M. Eguiluz and M. San Miguel, Phys. Rev. E 76, 046120 (2007).

² F. Vazquez, V. M. Eguiluz and M. San Miguel, arXiv:0710.4150.