# Fluctuaciones fuera del equilibrio en flujo plano de Couette

José María Ortiz de Zárate Leira* y Jan V. Sengers
*Departamento de Física Aplicada I, Universidad Complutense*
*28040 Madrid*

Hemos evaluado las fluctuaciones fuera del equilibrio en la velocidad de un fluido moviéndose bajo una cizalla constante y uniforme. En particular, se ha estudiado un flujo en la dirección del eje $x$, con la vorticidad en la dirección del eje $y$, y el gradiente de velocidades en la dirección del eje $z$: $\mathbf{v}_0 = \{\dot\gamma_0 z, 0, 0\}$, configuración que ordinariamente se llama flujo plano de Couette. En este caso, se puede demostrar que las fluctuaciones en la componente vertical de la velocidad $\delta v_z(\mathbf{r}, t)$ se pueden obtener (en aproximación lineal) de resolver una única ecuación, denominada ecuación estocástica de Orr-Sommerfeld:

$$\partial_t(\nabla^2 \delta v_z) + z\ \partial_x(\nabla^2 \delta v_z) - \frac{1}{Re}\nabla^4(\delta v_z) = - \left\{\nabla \times \nabla \times [\nabla\,(\delta\Pi)]\right\}_z .$$

donde $Re$ es el número de Reynolds y $\delta\Pi(\mathbf{r}, t)$ es el tensor estocástico de presiones. En este caso, al despreciar el calentamiento viscoso, el ruido térmico proviene sólo de fluctuaciones en dicho tensor (único flujo disipativo del problema). Todas las cantidades que aparecen en la ecuación de Orr-Sommerfeld han sido convenientemente adimensionalizadas.

Las funciones de correlación entre las distintas componentes del tensor estocástico de presiones vienen dadas por el teorema de fluctuación-disipación. En este caso particular se escribe:

$$\langle \delta\Pi_{ij}(\mathbf{r},\mathbf{t})\ \cdot\ \delta\Pi_{kl}(\mathbf{r}',\mathbf{t}')\rangle = 2k_{\mathrm{B}}T\eta\,(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})\,\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\ \delta(\mathbf{t}-\mathbf{t}'),$$

donde $\eta$ es la viscosidad de cizalla, $T$ la temperatura y $k_{\mathrm{B}}$ la constante de Boltzmann. En la formulación del teorema hemos utilizado la simplificación de fluido incompresible[1].

Hemos resuelto la ecuación estocástica de Orr-Sommerfeld y, usando el teorema de fluctuación-disipación, hemos calculado la correspondiente función de autocorrelación entre las fluctuaciones de la componente vertical de la velocidad. Si hacemos el cálculo sin tener en cuenta condiciones de contorno, reproducimos resultados anteriores de Dufty y Lutsko[2], luego confirmados por Wada y Sasa[3] (ver figura).

La novedad del presente trabajo es que hemos realizado el mismo cálculo, pero incorporando condiciones de contorno para la velocidad:

$$\delta v_z = \partial_z \delta v_z = 0, \qquad \text{at } z = \pm 1,$$

y usando una aproximación Galerkin de segundo orden. La inclusión de dichas condiciones de contorno modifica el comportamiento de las fluctuaciones, en particular para números de onda pequeños (ver figura). Confirmamos para el flujo plano de Couette comportamientos similares que han sido discutidos con detalle previamente en el problema de Rayleigh-Bénard[4].

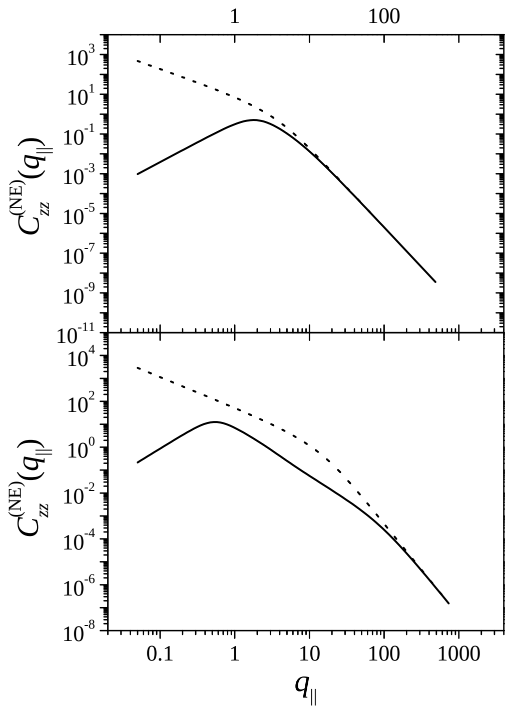


Figura 1. Intensidad de las fluctuaciones fuera del equilibrio en la componente vertical de la velocidad, en función de la magnitud del número de onda (para $\mathbf{q}$ en la dirección del flujo). El panel superior es para $Re = 20$ y el inferior para $Re = 300$. Las líneas de trazos representan los resultados sin considerar condiciones de contorno[3], mientras que las líneas continuas representan los efectos del confinamiento.

Por otro lado, hemos estudiado la intensidad de las fluctuaciones de no equilibrio en función del número de Reynolds, comprobando que permanece finita para cualquier valor de $Re$. Este resultado confirma que el flujo plano de Couette es linearmente estable independientemente de $Re$. Por consiguiente, la explicación de la transición hacia la turbulencia requiere modelos más complejos, probablemente no-lineales.

* jmortizz@fis.ucm.es

[1] J.M. Ortiz de Zárate y J. V. Sengers, *Hydrodynamic fluctuations in fluids and fluid mixtures*, Elsevier, Amsterdam, 2006.
[2] J. Lutsko y J.W. Dufty, Phys. Rev. A **32**, 3040 (1985).
[3] H. Wada and S. I. Sasa, Phys. Rev. E **67**, 065302(R) (2003).
[4] J.M. Ortiz de Zárate y J.V. Sengers, Phys. Rev. E **66**, 036305 (2002).