# Inestabilidades morfológicas y rugosidad cinética en procesos de crecimiento con efectos no locales

Matteo Nicoli*, Rodolfo Cuerno* y Mario Castro†
*Departamento de Matemáticas y Grupo Interdisciplinar de Sistemas Complejos (GISC)
Universidad Carlos III de Madrid, Avenida de la Universidad 30, 28911 Leganés
†GISC y Grupo de Dinámica No Lineal (DNL), Escuela Técnica Superior de Ingeniería (ICAI)
Universidad Pontificia Comillas de Madrid, 28015 Madrid

En multitud de procesos de crecimiento se dan cita dos fenómenos opuestos, tales como la existencia de inestabilidades morfológicas que dan lugar a escalas características y orden espacial, y las fluctuaciones (ruido) que tienden a desordenar el sistema y suelen asociarse a comportamientos con invariancia de escala. Es importante comprender la interrelación entre ambos tipos de efectos, tanto desde un punto de vista básico como teniendo en cuenta las aplicaciones.[1]

Por otro lado, en una gran clase de procesos de crecimiento la velocidad local de (por ejemplo) agregación de unidades depende del estado global del sistema. Tal es el caso de los sistemas controlados por difusión, en los que son bien conocidos los efectos no locales de "sombreado" o "competición", que dan lugar a inestabilidades morfológicas clásicas como la de Mullins-Sekerka (MS), observadas en flujos en medios porosos, solidificación o crecimiento de superficies sólidas partir de un vapor.[2,3] En este último contexto, podemos estudiar la interacción entre las inestabilidades morfológicas y las fluctuaciones en una ecuación interfacial como

$$\begin{aligned}\partial_t h(\mathbf{k},t) = {} & (\mu|k| + \nu k^2 - \gamma|k|^3 - Kk^4)h(\mathbf{k},t) \\ & + \lambda\, T.F.\,[(\nabla h)^2] + \eta, \end{aligned} \tag{1}$$

donde $h(\mathbf{k},\mathbf{t})$ es la transformada de Fourier espacial ($T.F.$) de la altura $h(\mathbf{r},\mathbf{t})$ de la superficie, $\eta$ es un término de ruido y $\mu$, $\nu$, $\gamma$, $K$ y $\lambda$ son parámetros. La ecuación (1) interpola entre la relación de dispersión de MS (para $\nu = K = 0$) y la propia de la ecuación de Kuramoto-Sivashinsky (KS) (para $\mu = \gamma = 0$), genérica para sistemas inestables en los que los efectos de relajación sean puramente locales. La no-linealidad presente en (1) es la de Kardar-Parisi-Zhang (KPZ), que es la asintóticamente relevante cuando la superficie del agregado no está sujeta a leyes de conservación. De hecho, la ecuación (1) tiene una gran generalidad y se ha deducido (en varios de sus límites) a partir de las relaciones constitutivas propias a contextos muy diversos.[3,4]

En esta comunicación presentamos un estudio analítico (mediante grupo de renormalización dinámico, GRD) y numérico de la ecuación (1). Si bien, como es conocido, en el caso de efectos locales (KS) la no linealidad es capaz de estabilizar el sistema y determinar el comportamiento asintótico, éste no es el caso cuando la inestabilidad lineal es de tipo MS (no local). En este caso de nuevo la no linealidad estabiliza el sistema, pero no controla su comportamiento de escala en el estado estacionario. Este resultado contradice la relevancia de la no linealidad de KPZ para cualquier proceso no conservado de crecimiento interfacial y, aunque queda más allá de nuestro tratamiento por GRD, es compatible con nuestras simulaciones numéricas, así como con resultados experimentales. En ausencia de inestabilidades morfológicas, el flujo de GRD permite entender no sólo la estructura de puntos fijos y los valores de los exponentes críticos (como ocurre en el caso inestable) sino también los detalles del flujo hacia los puntos fijos estables.[4]

---

* nmatteo@math.uc3m.es

1 R. Cuerno, M. Castro, J. Muñoz-García, R. Gago y L. Vázquez, Eur. Phys. J. Special Topics **146**, 427 (2007).
2 P. Pelcé y A. Libchaber eds., *Dynamics of Curved Fronts* (Academic Press, Nueva York, 1988).
3 R. Cuerno y M. Castro, Phys. Rev. Lett. **87**, 236103 (2001).
4 M. Nicoli, R. Cuerno y M. Castro, preprint (2007).