

## Modelo de Ising en una red co-evolutiva.

González-Avella Juan Carlos, Eguíluz M. Victor y San Miguel Maxi.  
*Instituto de Física Interdisciplinar y Sistemas Complejos (IFISC-CSIC).*  
*Universidad de las Islas Baleares.*  
*E-07122 Palma de Mallorca.*

En los últimos años, el estudio de la topología de conectividad o redes de interacción de entes dinámicos que interactúan entre sí, han capturado la atención de científicos de distintas áreas como, la biología, física, matemáticas, sociología, economía entre otros.<sup>1-4</sup>. Una diversidad de dinámicas en distintos contextos han sido explorados en diferentes redes complejas, resultando en que las propiedades colectivas de estos sistemas dependen fuertemente de las redes de interacción.<sup>5,6</sup> Recientemente se ha venido desarrollando una importante línea de investigación que se centra en estudiar los procesos dinámicos en redes evolutivas.<sup>7-9</sup>. En tal sentido, presentamos un modelo de Ising, donde la evolución de los estados, está acoplado con la evolución de la red.

El sistema consiste de  $N$  nodos o spins  $s_i$ , con  $i = 1, 2, \dots, N$ , colocados en una red aleatoria como red inicial y con un número de vecinos  $k = 4$ . Cada spin puede tomar dos valores (-1) o (+1). El valor de los spins esta determinado por la interacción con sus vecinos y por las fluctuaciones térmicas. La energía del sistema esta dada por:  $E = -\sum_{\langle ij \rangle} J s_i s_j$ . No se consideran interacciones con campos magnéticos. La dinámica del sistema sigue las siguientes reglas: 1) Se selecciona un spin al azar y se calcula la contribución a la energía de este spin. 2) Se propone el cambio  $s_i = -s_i$  y se calcula la nueva contribución de energía. 3) Se calcula la diferencia de energía  $\Delta E$ . Si  $\Delta E \leq 0$  aceptamos el cambio. 4) Si  $\Delta E > 0$  con probabilidad  $p = \exp(-\Delta E \beta)$  se acepta el cambio, de lo contrario del conjunto de vecinos del elemento ( $i$ ) se selecciona al azar un vecino con spin contrario y se rompe el enlace entre ellos y se selecciona otro elemento del sistema de forma aleatoria creando un nuevo enlace. El cambio en la energía sólo depende del valor del spin y sus vecinos cercanos. La regla (4) permite la posibilidad de que la estructura de la red cambie en el tiempo, dependiendo del estado de los spins. La evolución de la red se puede ver en la figura 1, donde se muestra el estado final del sistema para diferente valores de  $\beta$ , donde  $\beta = 1/T$ . Los resultados numéricos muestra que hay una transición en la estructura de la red, desde un grafo totalmente conectado y en donde los estados de los spins cambian constantemente a un estado en que la red se divide en dos grupos de igual tamaño con spins de signos contrarios. En la figura 2, se observa que hay una valor de  $\beta = \beta_c$  para el cual ocurre el rompimiento de la red y aparece un nucleo altamente conectado y su tamaño es mucho más pequeño que  $N$ . En resumen, hemos estudiado el modelo de Ising donde se incluye la posibilidad de que la red evolucione como consecuencia de la dinámica de los spins, y a su vez la dinámica de los spins depende la estructura de la red, observando que aparece una tran-

sición donde la estructura de la red cambia drásticamente

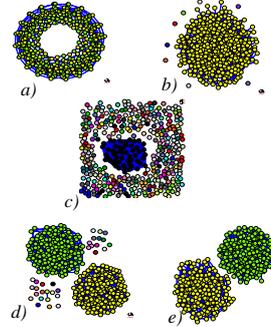


Figura 1. Estado final de la estructura de la red. Tamaño del sistema  $N = 400$ . a)  $\beta = 0$ , b)  $\beta = 0.1$ , c)  $\beta = 0.25$ , d)  $\beta = 2$  y e)  $\beta = 6$ .

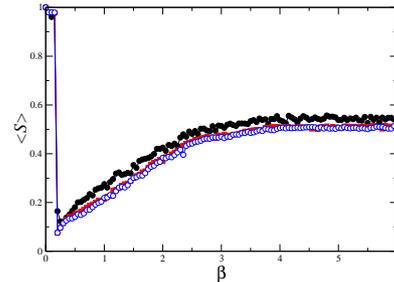


Figura 2. Tamaño de la componente más grande  $\langle S \rangle$  vs.  $\beta$ , para distintos tamaños de sistema. para  $N = 400$  (círculos),  $N = 2500$  (cuadrados) y  $N = 4096$  (círculos).

- <sup>1</sup> A. L. Lloyd and R. M. May, *Science*, **292**, 1316-1313 (2001).
- <sup>2</sup> R. Pastor-Satorras and A. vespignani, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3200 (2001)..
- <sup>3</sup> M. Kuperman and G. Abramson, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2909 (2001).
- <sup>4</sup> D.H. Zanette, *Phys. Rev. E.* **64**, 050901 (2001).
- <sup>5</sup> Eguíluz V. M., Hernández-García E., Piro O. and K. Klemm *Phys. Rev. E.* **68**, 055102 (2003).
- <sup>6</sup> Klemm K., Eguíluz V. M., Toral R. and San Miguel M. *Physica A* **327**, 1-5 (2003).
- <sup>7</sup> Zimmermann M., Eguíluz V.M. and San Miguel M., *Phys. Rev. E.* **69**, 065102 (2004).
- <sup>8</sup> Holme P. and Newman M. E. J., *Phys. Rev. E.* **74**, 056108 (2006).
- <sup>9</sup> Vazquez F., González-Avella J. C., Eguíluz, V. M. and San Miguel M. *Phys. Rev. E.* **76**, 046120 (2007).