TRANSICIÓN ISING-BLOCH EN EL RETÍCULO: UN ENFOQUE BASADO EN TEORÍA DE BIFURCACIONES

Ernesto M. Nicola[1], Diego Pazó[1,2]

(1) Max-Planck-Institut für Physik komplexer Systeme, Dresden, Alemania.
(2) Instituto de Física de Cantabria (CSIC-UC), Santander.

La ecuación de Ginzburg-Landau compleja forzada paramétricamente

$$\partial_t A = (1 + i\nu)A - (1 + i\beta)|A|^2 A + (1 + i\alpha)\partial_x^2 A + \gamma A^*,$$

ha sido estudiada intensivamente en los últimos años tras el trabajo seminal de Coullet et al. [1]. Esta ecuación describe un medio oscilatorio forzado paramétricamente [2] (forzamiento resonante 2:1); si hay "locking" [$\gamma > |\nu - \beta|/(1 + \beta^2)^{1/2}$] la dinámica local es biestable y son posibles dos tipos de frentes: Ising y Bloch. En una dimensión, para un forzamiento γ suficientemente grande los frentes estacionarios (Ising) se vuelven inestables y aparecen frentes viajeros (Bloch). En el límite variacional ($\nu = \beta = \alpha = 0$) los frentes de Bloch no se propagan pese a ser quirales [1].

Los sistemas reales suelen presentar una estructura discreta (osciladores acoplados, cristales líquidos, sistemas de espín, etc.), lo cual justifica el estudio de las implicaciones de la discretización [3] en la ecuación de Ginzburg-Landau forzada. En concreto, analizamos el sistema en el retículo dado por:

$$\partial_t A_j = (1 + i\nu)A_j - (1 + i\beta)|A_j|^2 A_j + \kappa(1 + i\alpha)(A_{j+1} + A_{j-1} - 2A_j) + \gamma A_j^*.$$

Las simulaciones numéricas de esta ecuación muestran una gran variedad de frentes (muy superior al caso continuo). En particular, se observan dos tipos de biestabiliad entre diferentes tipos de frentes, y dos puntos de codimensión dos que organizan el espacio de parámetros. Las bifurcaciones (locales y globales) que conectan frentes de distinto tipo se visualizan en una proyección de las variables del sistema en un espacio de fases cilíndrico.

En esta contribución demostramos que todos los frentes en el retículo, su estabilidad, y las bifurcaciones entre ellos, pueden capturarse mediante un simple sistema de dos ecuaciones diferenciales ordinarias. Esta forma normal nos permite establecer una descripción universal de los frentes en el retículo.

[1] P. Coullet et al., Phys. Rev. Lett. **65**, 1352 (1990).

[2] A.S. Mikhailov et al., Phys. Rep. **425**, 79 (2006).

[3] D. Pazó et al., Phys. Lett. A **340**, 132 (2005).